

Samarqand davlat universitetning Kattaqo'rg'on filiali Aniq va tabiiy fanlar fakulteti bahorgi semestr Matematika ta'lim yo'nalishi: 2-kurs talabalariga «Matematik analiz» fanidan yakuniy nazorat savollari

Imtihon shakli: yozma, og'zaki

No	Mavzu	1-QISM “NAZARIY SAVOLLAR 1”	2-QISM “NAZARIY SAVOLLAR 2”	3-QISM “AMALIY SAVOLLAR 1”	4-QISM “AMALIY SAVOLLAR 2”	5-qism “AMALIY SAVOLLAR 3”
1-2	Kompleks sonlar va ular ustida amallar. Kompleks sonning geometrik tasviri. Modul va argument haqidagi teorema. Muavr va n-tartibli ildiz chiqarish formulalari	Kompleks son tushunchasi tarifi. Kompleks sonlarni qo'shish va ko'paytirish amallari.	Kompleks sonlarning tekislikdagi nuqtalar yoki vektorlar orqali tasvirlash.	$z = \frac{3-i}{2+3i}$ kompleks sonni algebraik shaklga keltirib, uning mavhum qismi, haqiqiy qismini toping.	$\sqrt[5]{\frac{\sqrt{3-i}}{-1+i}}$ ildizning qiymatlarini toping.	Muavr formulasi yordamida $\cos 3\varphi$ va $\sin 3\varphi$ larni φ ning trigonometrik funksiyalari orqali ifodalang
		Qo'shish va ayirish amallarining geometrik ma'nosi. Kompleks sonlardan n -tartibli ildiz chiqarish formulasi	Modul va argument haqidagi teorema. Muavr va n-tartibli ildiz chiqarish formulalari	$\sqrt[4]{-i}$ ni hisoblang.	Berilgan $(1+2i)x + (3-5i)y = 1-3i$ tenglamani yeching	Muavr formulasi yordamida. $\cos 2\varphi$;

3	Ketma ketlikning limitik nuqtasi. Bolsano-Veyershtass teoremasi	Kompleks sonlar limitlari nazariyasining asosiy prinsipi	Bolsano-Veyershtass teoremasi.	$\{z_n\}_1^\infty = \left\{ \frac{(-1)^n n}{n+1} + i \right\}_1^\infty$ ketma-ketlikning barcha limitik nuqtalarini toping	Ta'rifdan foydalanib $z_n = \frac{n + in + 1 - i}{n}$ ketma-ketliklarning $a = 1 + i$ limitga ega ekanligini isbotlang.	$\{z_n\}_1^\infty = \left\{ \frac{n}{n+1} + i[1 + (-1)^n]e^{2n} \right\}_1^\infty$ ketma-ketlikni chegaralanganlikka tekshiring.
		Kompleks sonli ketma-ketlikning limitik nuqtasi tushunchasi. haqida teorema	Bolsano-Veyershtass teoremasi isboti.	$\{z_n\}_{n=1}^\infty = \{1 + in\}_{n=1}^\infty$ ketma-ketlikning chegaralanmagan ekanligini ko'rsating.	$\{z_n\} = \{a^n\} \quad (a \in \mathbb{C}, a < 1)$ kompleks sonlar ketma-ketligini yaqinlashuvchilikka tekshiring va limitini toping.	$\{z_n\}_1^\infty = \left\{ \frac{n}{n+1} + i \frac{n^2}{n^2+1} \right\}_1^\infty$ ketma-ketlikni yaqinlashuvchilikka tekshirib, yaqinlashuvchi bo'lsa, limitini toping
4	Kompleks sonlarning Riman sferasidagi tasviri. Steriografik proyeksiya formulalari va asosiy xossasi	Kompleks sonlarning Riman sferasidagi tasviri	Steriografik proyeksiyaning asosiy xossasi. Teorema isboti bilan	$\sum_{n=1}^\infty \frac{e^{in}}{n^3}$ qatorni yaqinlashuvchilikka tekshiring.	$\sum_{n=1}^\infty \frac{e^{in}}{n}$ qatorni yaqinlashuvchanlikka tekshiring.	Quydagi qatorlarni shartli yoki absolyut yaqinlashuvchilikka tekshiring. a) $\sum_{n=1}^\infty \frac{i^{3n}}{i + n^2}$
		Steriografik proyeksiya formulalari.	Steriografik proyeksiyaning asosiy xossasi isboti.	Quydagi qatorni absolyut yaqinlashuvchilikka tekshiring $\sum_{n=1}^\infty \frac{(in)^n}{(n!)^2};$	Quydagi qatorni shartli yoki absolyut yaqinlashuvchilikka tekshiring. $\sum_{n=1}^\infty \frac{n(2i-1)^n}{3^n}$	Quydagi qatorni shartli yoki absolyut yaqinlashuvchilikka tekshiring. $\sum_{n=1}^\infty \frac{n^2}{(3i)^n};$
5	Sonli qatorlar. Qatorlar ustida amallar. Absolyut yaqinlashuvchi qatorlar.	Sonli qatorlar - ta'rifni misollar orqali tushuntring.	Dalamber alomatini tushuntrib bering.	Quydagi qatorni shartli yoki absolyut yaqinlashuvchilikka tekshiring. $\sum_{n=1}^\infty \frac{i^{3n}}{i + n^2};$	Koshi alomatidan foydalanib yechamiz $z_n = e^{in} = \cos n + i \sin n, \quad n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \frac{4}{2^4} + \dots + \frac{n}{2^n} + \dots$ qatorni yaqinlashuvchilikka tekshiring. Dalamber alomatini qo'llaymiz

		Sonli qatorlarning absolyut yaqinlashishi asosiy teoremasi.	Koshi alomatini tushunib bering.	$\sum_{n=1}^{\infty} e^{in}$ qatorni yaqinlashuvchilikka tekshiring.	$1+z+z^2+\dots+z^n+\dots$ qatorni yaqinlashishga tekshiring.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2i-1)^n}{3^n}$ qatorni yaqinlashuvchilikka tekshiring.
6	Kompleks o'zgaruvchili funksiya. Egri chiziq va soha tushunchasi. Jordan chizig'i	Kompleks o'zgaruvchili funksiya tushunchasi. ta'rif	Soha va Jordan chizig'i tushunchalari va ta'rifi.	$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z^2 \operatorname{Im} z}{ z } \quad (z \neq 0)$ limitni hisoblang.	$z = cost, \pi \leq t \leq 2\pi$ tenglama bilan ifodalangan chiziqning geometrik o'rnini aniqlang.	Ushbu to'plamlarni ochiq yoki yopiq ekanligini aniqlang. a) $D = \{z \in C : z-a < r\}$; b) $D = \{z \in C : z-a \leq r\}$.
		Kompleks o'zgaruvchili funksiya tushunchasi ta'rifi.	Soha va Jordan chizig'i tushunchalari haqidagi teorema.	$f(z) = z^2 + 1 + i$ funksiyaning haqiqiy va mavhum qismini toping.	Ko'rsatilgan tenglama bilan qanday chiziq berilganini aniqlang va chizmasini chizing: $z = i + 2e^{it} \quad (3\pi \leq t \leq 5\pi)$.	Ushbu tengsizliklar bilan kompleks tekislikdagi nuqtalar to'plami toping va chizmasini chizing: $\left \frac{1}{z} + 1 \right > 2$.
7	Funksiya limiti. Funksiyaning uzluksizligi. Kontor teoremasi. Geyne-Borell lemmasi	Kompleks o'zgaruvchili funksiyaning uzluksizligi. ta'rif.	Kantor teoremasining isboti	$f(z) = \frac{z^2 - (1+i)^2}{(z-1-i)(z + \operatorname{Re}(z-1))}$ funksiyaning aniqlanish sohasining chegarasini toping va chegaraning qaysi nuqtalarida funksiya limitga ega ekanligini aniqlang.	$f(z) = \frac{1}{1-z^2}$ funksiyaning $E = \{z : z < 1\}$ to'plamda tekis uzluksizlikka tekshiring.	$f(z) = \begin{cases} \frac{z(z^2+i)}{e^z-1}, & z \neq 2\pi ki, k \in Z \\ i, & z = 0 \end{cases}$ funksiyaning aniqlanish sohasida uzluksizlikka tekshiring.
		Kantor teoremasi	Geyne-Borell lemmasi isboti	$f(z) = \frac{1}{z+1+i}$ funksiyaning $E = \{z : z < 1\}$ sohada uzluksizlik va tekis	Quyidagi funksiylarning haqiqiy va mavhum qismlarini ajrating:	Quyidagi funksiyaning uzluksizlik va tekis uzluksizlikka tekshiring: $f(z) = \frac{1}{z+i+1}, z < 1$,

				uzluksizlikka tekshiring.	$f(z) = \frac{z+i}{z-i};$	
8	Funksional ketme-ketlik, qator va ularning tekis yaqinlashishi. Veyershtrass alomati	Kompleks hadli funksional qator yig'indisining uzluksizligi haqidagi teorema isboti.	Kompleks hadli funksional qatorning tekis yaqinlashish alomati (Veyershtrass alomati) isboti	Hadlari $f_n(z) = z^n$ bo'lgan funksional ketma-ketlikning $E = \{z : z < 1\}$ to'plamda $f(z) = 0$ limitik funksiyaga yaqinlashishini tekshiring.	Hadlari $f_n(z) = z^{n-1}(1- z)$ iborat bo'lgan ketma-ketlikning $E = \{z : z \leq 1\}$ to'plamda limitik $f(z) \equiv 0$, $z \in E$ funksiyaga tekis yaqinlashishini ko'rsating.	$f_n(z) = \frac{z}{1^2} + \frac{z^2}{2^2} + \dots + \frac{z^n}{n^2}, n = 1, 2, \dots, E_\delta = \{z : z \leq \delta < 1\}$ funktional ketma-ketlikni tekis yaqinlashishga tekshiring
		Kompleks hadli funksioanl qator tekis yaqinlashishi tushunchasi	Veyershtrass alomati misolar orqali tushuntring	$f_n(z) = \frac{nz}{1+n^2 z ^2}, E = \{z : z \leq 1\}.$ ketma-ketlikni berilgan to'plamda tekis yaqinlashishga tekshiring.	Quyidagi funksional qatorni berilgan E to'plamda tekis yaqinlashuvchi ekanligini isbotlang: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} z^{-2n} (E : z \geq 1)$	$f_n(z) = \frac{n z }{1+n^2 z ^2} = \frac{1}{2}, G = \{z : \frac{1}{4} \leq z \leq 1\}$ ketma-ketlikni berilgan to'plamda limitik funksiyaga tekis yaqinlashishga tekshiring.
9	Darajali qatorlar. Abelning birinchi teoremasi. Koshi-Adamar formulasi	Darajali kompleks qatorning yaqinlashish sohasi.	Abelning birinchi teoremasi isboti.	$\sum_{i=1}^n \frac{n}{2^n} Z^n$ Quyidagi darajali qatorlarning yaqinlashish radiusini toping:	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z+i)^n}{3^{n+1} \cdot 2^{n-1}}$ qatorlarning yaqinlashish doirasini toping.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{3^n} z^n$ darajali qatorlarning yaqinlashish radiusini toping. Koshi-Adamar formulasi dan foydalaniladi.
		Manfiymas sonlar ketma – ketligining yuqori limiti.	Koshi – Adamar formulasi	$\sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n \frac{z^{2n}}{n^2}$ darajali qatorning yaqinlashish sohasi nimadan iborat?	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^n}{n!}$ Ushbu qatorlarning yaqinlashish doirasini toping	$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2^{n+1}}{5} - \frac{5}{3^{n-2}} \right) (z-i)^n$ Ushbu qatorning yaqinlashish doirasini toping

10	Kompleks o'zgaruvchili funksiyalarni differensiallash . Hosila mavjudligining zaruriy va yetarli shartlari	Kompleks o'zgaruvchili funksiya hosilasi tushunchasi.	Analitik funksiya tushunchasi tarifi.	$w = e^z, z \in \mathbb{C}$ funksiyaning bir qiymatli analitiklikka tekshiring.	$f(z) = \frac{e^z + 1}{e^z - 1}$ funksiyaning aniqlanish sohasini topib, differensiallanuvchi nuqtalari to'plamini ko'rsating.	Quyidagi funksiya differensiallanuvchi bo'lgan nuqtalar to'plami topilsin va funksiyaning hosilasi hisoblansin. $f(z) = x^2 + iy^2$
		Kompleks o'zgaruvchili funksiya differensialli	Hosila mavjudligining zaruriy va yetarli shartlari. Koshi – Riman shartlari teorema.	Quyidagi funksiya differensiallanuvchi bo'lgan nuqtalar to'plami topilsin. $f(z) = x^2 y^2$	Funksiya differensiallanuvchi bo'ladigan barcha nuqtalarni toping: $f(z) = z ^2$	$f(z) = \frac{e^z + 1}{e^z - 1}$ funksiyaning aniqlanish sohasini topib, differensiallanuvchi nuqtalari to'plamini ko'rsating
11	Analitik funksiyaning haqiqiy va mavhum qismlari qo'shma garmonik funksiyalar sifatida. Analitik funksiyaning berilgan garmonik qismi bo'yicha tiklash	Analitik funksiyaning haqiqiy va mavhum qismlari qo'shma garmonik funksiyalar sifatida	Berilgan garmonik haqiqiy yoki mavhum qismi yordamida analitik funksiyaning qurish tarifi.	Berilgan $ f(z) = e^{r^2 \cos 2\varphi}$ ($z = re^{i\varphi}$) funksiya ko'ra bir qiymatli analitik $f(z)$ funksiyaning tiklang	Agar $\operatorname{Re} f(z) = u(x, y) = x^2 - y^2$ bo'lsa, u holda $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ analitik funksiya topilsin.	Ushbu funksiyalarni garmoniklikka tekshiring: $u(x, y) = x^2 - y^2$;
		Analitik funksiyaning haqiqiy va mavhum qismlari qo'shma garmonik funksiyalar	Berilgan garmonik haqiqiy yoki mavhum qismi yordamida analitik funksiyaning	Ushbu funksiyaning garmoniklikka tekshiring: $u(x, y) = x^2 + y^2$;	$v(x, y)$ qo'shma garmonik funksiyaning toping. $u(x, y) = x^2 - y^2 + xy$	Haqiqiy qismi yoki mavhum qismi berilgan analitik funksiya topilsin: $u(x, y) = 2e^x \cos y, f(0) = 2.$

		sifatida tarifi.	qurish			
12	Ko'rsatkichli, trigonometrik va giperbolik funksiyalar. Ularning xossalari. Eyler formulalari	Ko'rsatkichli va trigonometrik funksiyalar. Ularning xossalari. Eyler formulalari.	Giperbolik trigonometrik funksiyalar va ularning xossalari	$f(z) = tgz$ funksiyaning haqiqiy qismini toping	$f(z) = \sin z$ funksiya hech bo'lmaganda bitta mavhum ildizga ega bo'ladimi.	$\sin z = 2$ tenglamani yeching.
		Ko'rsatkichli va trigonometrik funksiyalar. Ularning xossalari. Eyler formulalari isboti.	Giperbolik trigonometrik funksiyalar va ularning xossalaring isboti.	$f(z) = \cos z$ funksiyaning haqiqiy qismini toping.	$\sin z = 4$ tenglamani yeching.	z ning hech bir qiymatida e^z nolga teng bo'lmasligini isbotlang.
13	Teskari funksiyalarning asosiy xossalari	Ixtiyoriy darajali funksiya	Logorifmik funksiya va ixtiyoriy darajali funksiya ta'rifi.	$Ln i = ?$ hisoblang	$Ln i(-1) = ?$ hisoblang.	$(1 - i)^{1+i} = ?$ hisoblang.
		Teskari giperbolik funksiyalar.	Teskari trigonometrik funksiyalar.	$Ln(2 - i) = ?$ hisoblang.	$Ln(1 + i) = ?$ hisonlang.	$\text{Arcsin } i = ?$ hisoblang.
14	Kompleks funksiyaning integrali. Integralning mavjudlik sharti. Kompleks funksiya	To'g'rilanuvchi chiziqlar tarifi.	Kompleks funksiyaning integrali tarifi.	Berilgan integralni hisoblang: $I = \int_{\Gamma} (z\bar{z} + z^2) dz,$	$\int_{\Gamma} z dz$ integralni hisoblang.	Quyidagi integrallarni hisoblang: $\int_{\Gamma} (x^2 + iy^2) dz;$ Γ – chiziq $z_0 = 1 + i$ va $z = 2 + 3i$ nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq.

	integralining xossalari.	Integralning mavjudlik sharti teorema isboti.	Integralning asosiy xossalari	Quyidagi integrallarni hisoblang: $\int_{\Gamma} z dz$; bunda Γ $z = -i$ nuqtadan chiqib, $z = i$ nuqtaga boruvchi kesma.	Quyidagi integrallarni hisoblang: $\int_{\Gamma} z \sin z dz$; Γ – chiziq $z = 0$ nuqtadan, $z = i$ nuqtaga boruvchi kesma.	Quyidagi integrallarni hisoblang: $\int_{\Gamma} z^2 dz$; bu yerda Γ – chiziq $z_0 = 1$ va $z_1 = i$ nuqtalarni tutahtiruvchi to'g'ri chiziq kesmasi.
15	Asosiy lemma. Oddiy kontur uchun Koshinning integral teoremasi	Asosiy lemma va uning isboti.	Oddiy kontur uchun Koshining integral teoremasi va uning isbotini sodda holda keltirish.	$f(z) = \frac{1}{z}$ funksiyani $\{z; z > \frac{1}{2}\} = D$ sohada qaraymiz.	Quyidagi integrallarni hisoblang $\int_{\Gamma} z dz$; Γ – chiziq $z = -i$ nuqtadan chiqib, $z = i$ nuqtaga boruvchi yarim aylana, ya'ni $ z = 1, \operatorname{Re} \operatorname{mod} 1 \operatorname{Im} z \geq 0$	$\int_{ z =1} z - 2 dz $ hisoblang
		Oddiy kontur uchun Koshining integral teoremasining sodda hol uchun isboti.	Teorema shartlarining muhimligini ko'rsatuvchi misollar.	Quyidagi integrallarni hisoblang $\int_{ z =1} z - 1 dz $	Quyidagi integrallarni hisoblang $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z}$; bu yerda Γ – chiziq $x = \cos t, y = \sin t, 0 \leq t \leq 2\pi$.	Berilgan integralni hisoblang: $I = \int_{\Gamma} (z + z^2) dz$, bu yerda Γ chiziq $ z = 1$ aylananing yuqori yarmi, ya'ni $ z = 1, 0 \leq \arg z \leq \pi$.