

Samarqand davlat universitetning Kattaqo'rg'on filiali Aniq va tabiiy fanlar fakulteti bahorgi semestr Matematika ta'lim yo'nalishi: 4-kurs talabalariga «Differensial geometriya va topologiyaning tadbirlari» fanidan yakuniy nazorat savollari

Imtihon shakli: yozma

No	Mavzu	1-QISM “NAZARIY SAVOLLAR 1” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning kirish va 1-reja qismidan asosan nazariy savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'ladi).	2-QISM “NAZARIY SAVOLLAR 2” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning 2-rejasidan asosan mulohazaviy savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'ladi).	3-QISM “AMALIY SAVOLLAR 1” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning asosan misol, masala kabi savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'lmaydi).	4-QISM “AMALIY SAVOLLAR 2” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning misol hamda masala kabi savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'lmaydi).	5-qism “AMALIY SAVOLLAR 3” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning misol masala savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'lmaydi).
1.	Chiziqli va Evklid fazolari	Chiziqli bog'langanlik tushunchasi	Chiziqli fazo va unga oid misollar	$d = (2, -3, 4)$ vektorni $a = (-1, 2, 0)$, $b = (1, 0, 3)$, $c = (0, -1, 1)$ vektorlar orqali ifodalang.	Chiziqli bog'langanlikka tekshiring: $x_1 = (2, 1, 2)$, $x_2 = (1, 0, 1)$, $x_3 = (1, 1, 0) \in R^3$.	Chiziqli bog'langanlikka tekshiring: $x_1 = (1, 1, 2)$, $x_2 = (1, 0, 1)$, $x_3 = (1, 0, 0) \in R^3$.
		Chiziqli fazo ta'rifi va unga oid misollar.	Yevklid fazosi tushunchasi	Quyidagi vektorlar chiziqli erklimi: $\bar{a} = (1, -2, 0)$, $\bar{b} = (-1, 0, 3)$, $\bar{c} = (1, 1, 0)$.	Chiziqli bog'langanlikka tekshiring: $x_1 = (1, 1, 0)$, $x_2 = (1, 0, 1)$, $x_3 = (1, 0, 0) \in R^3$.	Chiziqli bog'langanlikka tekshiring: $x_1(t) = 1$, $x_2(t) = \cos t$, $x_3(t) = \cos^2 t \in C[0, 2\pi]$.
2.	Metrik fazolar	Metrika ta'rifi va unga oid misollar	To'plamning yopig'i. Xossalari.	$\rho(x, y) = \cos x - \cos y $, $x, y \in \mathbb{R}$ metrika	$x_n(t) = n^2 t e^{-nt}$ funksiyalar ketma-ketligi $x(t)=0$ funksiyaga har bir	Biror bo'sh bo'lmagan X - to'plam va bu

				bo'ladimi? Metrikaning qaysi sharti bajarilmaydi.	nuqtada yaqinlashuvchi, ammo $C_1[0,1]$ metric fazoda yaqinlashuvchi emas. Isbotlang.	to'plamda quyidagicha funksiya $d(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x = y \\ 1, & \text{agar } x \neq y \end{cases}$ berilgan bo'lsin. Berilgan $d(x, y)$ - funksiya metrika ekanligi isbotlansin.
		Metrik fazolarda yaqinlashish tushunchasi va unga doir misollar.	Metrik fazolarda ochiq va yopiq to'plamlar ta'riflari.	$X = R^n$, $\rho(x, y) = \sum_{k=1}^n x_k - y_k ^2$ akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.	$C[0,1]$ metrik fazoda $x_n(t) = \frac{t^n}{n} - \frac{t^{n+1}}{n+1}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'ladimi?	$C[a, b]$ fazo to'la metrik fazodir. Isbotlang.
3.	Topologik fazolar. Ajratish, kompaktlik, bog'liqlik	To'la metrik fazo ta'rifi va unga oid misollar.	Metrik fazolarda fundamenta ketma-ketlik tushunchasi	$C[0,1]$ metrik fazoda $x_n(t) = t^n - 2t^{n+1} + t^{n+2}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'ladimi?	$C[0,1]$ metrik fazoda $y_n(t) = t^n - t^{2n}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'ladimi?	$C[0,1]$ metrik fazoda $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$ ketma-ketlik yaqinlashuvchi bo'ladimi?
		Atrof tushunchasi, limit nuqta, yakka-lang nuqta ta'riflari va ularga oid misollar	Koshi-Bunyakovskiy tengsizligi va unga oid misollar	Haqiqiy sonlar to'plami R metrika tashkil qiladimi?	$\rho_1(f, g) = \int_a^b f(x) - g(x) dx$, $X = C[a, b]$. Bu akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.	$X = \mathbb{R}^1$. $\rho(x, y) = \sin x - \sin y $ metrika bo'ladimi. Qaysi metrika sharti bajarilmaydi.
4.	Topologiyaning bazalari	Qisuvchi akslantirish ta'rifi va unga oid misollar	Topologiya tushunchasi	$X = R^2$, $\rho(x, y) = x_1 - y_2 + y_1 - x_2 $ akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.	$X = R^n$, $\rho(x, y) = \sum_{k=1}^n x_k - y_k ^2$ akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.	$X = R^3$, $\rho(x, y) = x_1 - y_1 + x_2 - y_2 $ metrika bo'ladimi?
5.	Uzluksiz akslantirishlar va ularning xossalari	Akslantirish va unga oid misollar	Gomomorfizm haqida tushuncha	$f(x) = 4x - 4x^2$ funksiya $[0;1]$ kesmani o'zini-o'ziga akslantirishga tekshiring.	$f(x) = x + \frac{1}{x}$ akslantirish $[1; \infty)$ nurda qisqartiruvchi bo'ladimi?	$C[0; 1]$ fazoda $\Phi = \{x_\alpha t = \frac{2\alpha t}{1+\alpha^2 t^2}, \alpha \in (0; \infty)\}$ funksiyalar oilasini chegaralanganlikka tekshiring.
6.	Topologik ko'pxilliklar	Qanday asimptota vertical, gorizonta asimptota deyiladi?	Tekis chiziq asimptotasi ta'rifini keltiring (asimptota, asimptota turlari)	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning asimptotalarini toping: $x = \frac{3at}{t^3 + 1}, y = \frac{3at^2}{t^3 + 1}$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning asimptotalarini toping: $x = \frac{t^2}{t-1}, y = \frac{t}{t^2-1}$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning asimptotalarini toping: $x = t, y = \frac{t^2}{t-1}$

		Misollar keltiring (asimptota, og'ma asimptota, vertical, gorizontal asimptota)				
7.	Ikki o'lchamli yopiq ko'pxilliklarning klassifikatsiyasi	Egri chiziqning normal tenglamasini keltiring	Fazoviy chiziqning qanday urinma tenglamalari mavjud	Parametrik ko'rinishda berilgan $x = a \sin^2 t$, $y = a \sin t \cos t$, $z = a \cos t$ Chiziqning ixtiyoriy nuqtadagi urinmasi tenglamasini tuzing	$x = e^t$ $y = e^{-t}$ $z = t^2$ chiziqning $t = 1$ nuqtadagi urinma tenglamasini toping.	$x = \frac{t^4}{4}$, $y = \frac{t^3}{3}$, $z = \frac{t^2}{2}$ chiziqning $t = 1$ qiymatga mos nuqtasidagi urinma va normal tekisligining tenglamasi topilsin. tuzing
8.	Yevklid fazosida egri chiziqlar	Yoy uzunligi ta'rifini keltiring va tushuntiring (limit, yoy uzunligi)	Parametrik ko'rinishda berilgan chiziqning biror oraliqdagi yoy uzunligiga misollar keltiring va tushuntiring (yoy uzunligi, vector funksiya)	Ushbu $x = acht$, $y = acht$, $z = at$ chiziq parametrning $t = 0$ va $t = t_0$ qiymatlariga mos keluvchi nuqtalari orasidagi yoy uzunligini toping	Tenglamalari $x^2 = 3y$, $2xy = 3z$ bo'lgan chiziqning $M(0;0;0)$ va $M(3;3;3)$ nuqtalari orasidagi yoy uzunligini toping	$y^2 = 2x$ chiziqning $M_0(2;2)$ va $M_1(8;4)$ nuqtalari orasidagi yoy uzunligini toping
9.	Yevklid fazosida sirtlar	Sirt va uning berilish usullari (sodda sirt tushunchasi)	Sirtning urinma tekislik ta'rif va unga oid misollar	Ushbu $x = u + \cos v$, $y = u - \sin v$, $z = \lambda u$ sirtida $M(u = 1, v = \frac{\pi}{2})$ nuqtadan o'tuvchi urinma to'g'ri chiziq va normal tekislik tenglamalari yozilsin.	Ushbu $x = 2u - v$, $y = u^2 + v^2$, $z = u^2 - v^2$ sirtga $M(3,5,7)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tekislik tenglamasi tuzilsin.	Ushbu $x = u + v$, $y = u - v$, $z = uv$ sirtga $M(u=2, v=1)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tekislik va normal to'g'ri chiziq tenglamalari tuzilsin.
10.	Sirtning birinchi kvadratik formasi va uning tadbiqlari	Sirtning birinchi kvadratik formasi tushunchasi	Sirt va uning berilish usullari (sodda sirt tushunchasi)	Quyidagi sirtlarga ko'rsatilgan nuqtalarda urinma tekislik va normal to'g'ri chiziq tenglamalari tuzilsin: $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = av$, ixtiyoriy nuqtada	Quyidagi aylanma sirtlaming birinchi kvadratik formasi topilsin: $x = u \cos v$, $y = u \sin v$, $z = u^2$ – aylanma paraboloid	Quyidagi aylanma sirtlaming birinchi kvadratik formasi topilsin: $x = R \cos v$, $y = R \sin v$, $z = u$ aylanma silindr.

11.	Sirtning ichki geometriyasi	O'rta egrilik deb nimaga aytiladi? (regular chiziq, egrilik, egri chiziq egriligi)	Egrilik va buralishning farqi nimada? (regular chiziq, egrilik, egri chiziq egriligi)	Quyidagi chiziqning egriligi toping: $x = t^2, y = t^3$	Quyidagi chiziqning egriligi toping: $x = 2t, y = \ln t, z = t^2$	Berilgan $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t, z = \cos 2t$ Chiziqning egriligi toping
12.	Egri chiziq nuqtasida Frene reperi	Regulyar egri chiziqning absolyut buralishi deb nimaga aytiladi? (regular chiziq, absolyut buralish)	Frene uchligini tushuntiring (regular egri chiziq, Frene uchligi)	Quyidagi chiziqning buralishini toping: $x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$	Quyidagi chiziqning egriligi toping: $x = a \cos t, y = a \sin t, z = bt$	Quyidagi chiziqning egriligi toping: $x = a \cosh t, y = a \sinh t, z = at$
13.	Frene formulalari	Frene formulalarini tushuntiring (regular chiziq, Frene formulalari)	Tabiiy uchyotlik haqida ma'lumotlar keltiring (urinma, binormal, boshnormal)	Quyidagi chiziqning egriligi toping: $x = e^t, y = e^{-t}, z = \sqrt{2}t$	Quyidagi chiziqning buralishini toping: $x = e^t, y = e^{-t}, z = \sqrt{2}t$	Quyidagi chiziqning buralishini toping: $x = 2t, y = \ln t, z = t^2$
14.	Ikkita skalyar argumentning vektor funksiyasi	Vektor funksiya tushunchasi (vektor funksiya limiti, uzluksizligi va xossalari)	Vektor funksiya hosilasi va differensial (vektor funksiyaning hosilasi va differensiallashtirish ta'riflari)	$(\vec{r}^2)'$ vektor funksiyaning hosilasini toping.	$\vec{r} = \frac{t^4}{4}\vec{i} + \frac{t}{3}\vec{j} + \frac{t^2}{2}\vec{k}$ vektor funksiya hosilasini toping.	Quyidagi bir o'zgaruvchili vektor funksiyaning hosilasini toping: $(\vec{r}', \vec{r}'', \vec{r}''')' = ?$
15.	Sirtning urinma tekisligi va sirtning normal	Sirtning urinma tekisligi tenglamasi haqida tushuncha	Sirtning normal tekisligi tenglamasi	Ushbu $x = u + \cos v, y = u - \sin v, z = \lambda u$ sirtga $M(u = 1, v = \frac{\pi}{2})$ nuqtadan o'tuvchi urinma to'g'ri chiziq va normal tekislik tenglamalari yozilsin.	Ushbu $x = 2u - v, y = u^2 + v^2, z = u^2 - v^2$ sirtga $M(3, 5, 7)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tekislik tenglamasi tuzilsin.	Ushbu $x = u + v, y = u - v, z = uv$ sirtga $M(u=2, v=1)$ nuqtada o'tkazilgan urinma tekislik va normal to'g'ri chiziq tenglamalari tuzilsin.
16.	Sirtning ikkinchi kvadratik	Sirtning ikkinchi	Sirtning ikkinchi kvadratik formasi	Quyidagi sirtlarning egnlik chiziqlari	Ushbu $x = 3u - u^3 + 3uv^2, y = v^3 - 3vu^2 -$	Quyidagi aylanma sirtlarning birinchi kvadratik formasi

	formasi va uning tadbiqlari	kvadratik formasi tushunchasi	va uning tadbiqlariga oid misollar	topilsin: $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = v$ sirt	$3v, z = 3(u^2 - v^2)$ sirtning koordinata chiziqlari egrilik chiziqlari ekanligi isbotlang.	topilsin: $x = R \cos u \cos v, y = R \cos u \sin v, z = R \sin u$ sfera
17.	Sirtlar nazariyasining asosiy teoremlari. Sirtning ichki geometriyasi. Geodezik chiziqlar. Geodezik egrilik. Gauss-Bone teoremasi. Egriligi o'zgarmas sirtlar	Bosh egrilik haqida tushuncha	To'la va o'rta egrilik tushunchasi	Ushbu $x = u \cos v, y = u \sin v, z = av$ to'g'ri gelikoidning to'la va o'rta egriliklarini toping	Ushbu $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$ sirtida $P(u=1, v=1)$ nuqtadagi bosh egriligini toping.	Ushbu $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$ sirtida $P(u=1, v=1)$ nuqtadagi Gauss va o'rta egriliklarini toping.
18.	Kompyuter algebrasi tizimlarida (Maple tizimida) differensial geometriyaga doir masala va misollar yechish metodikasi	Bosh normal tenglamasi va unga oid misollar	To'g'rilovchi tekislik va ularga oid misollar	Ushbu $x = t, y = t^2, z = e^t$ chiziqning $t = 0$ nuqtadagi binormali tenglamasini tuzing	Ushbu $x = t, y = t^2, z = t^3$ chiziqning $M_0(2; -\frac{1}{3}, -6)$ nuqtadan o'tuvchi yopishma tekisliklari topilsin.	Berilgan $x = a \cos t, y = b \sin t, z = e^t$ chiziqning $t = 0$ nuqtadagi yopishma tekisligi tenglamasi tuzilsin.
19.	Kompyuter algebrasi tizimlarida (Maple tizimida) differensial geometriyaga doir masala va misollar yechish metodikasi	Binormal tenglamasi va unga oid misollar	Yopishma tekislik teglamasi va unga oid misollar	Ushbu $x = t, y = t^2, z = e^t$ chiziqning $t = 0$ nuqtadagi bosh normal tenglamasi topilsin	Ushbu $x = t, y = t^2, z = t^3$ chiziqning $t = 1$ nuqtadagi binormali tenglamasini tuzing	Ushbu $x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)$, chiziqning $z = 4a \cos \frac{t}{2}$ $t = 0$ nuqtasidagi urinmasi, bosh normal va binormal bo'ylab yo'nalgan birlik vektorlari topilsin