



Samarqand davlat universitetning kattaqo'rg'on filiali Aniq va tabiiy fanlar fakulteti 4-bosqich Matematika ta'lim yo'nalishi talabalariga 7-semestr uchun « Qiziqarli matematika (olimpiada va mantiqiy masalalar)» fanidan yakuniy nazorat savollari

Imtihon shakli: yozma

No	Mavzu	1-QISM “NAZARIY SAVOLLAR 1”	2-QISM “NAZARIY SAVOLLAR 2”	3-QISM “AMALIY SAVOLLAR 1”	4-QISM “AMALIY SAVOLLAR 2”	5-qism “AMALIY SAVOLLAR 3”
1.	Sonlar nazariyasidan qisqacha ma'lumot.	Natural sonlar. Arifmetikaning asosiy teoremasi	Sonli funksiyalar: Sonning butun qismi funskiyasi, $\tau(n)$ va $\sigma(n)$ funksiyalarini tushuntiring.	Ushbu tenglamani natural sonlarda yeching $x^{x+y} = y^{y-x}$	$x(y^2 - z^2) + y(z^2 - x^2) + z(x^2 - y^2)$ ifodani ko'paytuvchilarga ajrating	$3n+2$ va $8n+3$ natural sonlar bir vaqtda p natural soniga qoldiqsiz bo'lanadi ($p \neq 1$), p sonini toping
2.		Qoldikli bo'lish haqidagi teorema	Sonlarning EKUBini topishning Evklid algoritmi	Yig'indini hisoblang: $7 + 77 + 777 + \dots + \underbrace{777\ldots 7}_{n \text{ ta}}$	Yig'indini hisoblang: $5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555\ldots 5}_{n \text{ ta}}$	Yig'indini hisoblang: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$
3.		Zanjirli kasrlar	Irrotsional sonlarni zanjirli kasrlarga yoyish	Yig'indini hisoblang: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$	Yig'indini hisoblang: $1+2 \cdot 2+3 \cdot 2^2+4 \cdot 2^3+\dots+2019 \cdot 2^{2018}$	Yig'indini hisoblang: $(1+q)(1+q^2)(1+q^4)\dots(1+q^{2^n})$
4.	Turli sanoq sistemalari haqida tushuncha.	Har xil sanoq sistemasidan o'nlik sanoq sistemasiga	O'nlik sanoq sistemasidan boshqa sanoq sistemasiga o'tish algoritmi	Qo'shish va ko'paytirish jadvallaridan foydalanib, $111_2 + 101_2$ amalini bajaring	Qo'shish va ko'paytirish jadvallaridan foydalanib, $100_2 - 11, 11_2$ amalini bajaring	Quyidagi sonlardan qaysi biri katta: 41_8 yoki 41_{10}

		o'tishning turli usullari	haqida ma'lumot bering			
5.		Ikkilik sanoq sistemasidan to'rtlik, sakkizlik va o'n oltilik sanoq sistemalariga o'tish haqida tushuntiring	Nopozitsion sanoq sistemalari haqida tushuntiring	Quyidagi sonlardan qaysi biri katta: 17_{10} yoki 22_8	Quyidagi sonlardan qaysi biri katta: 17_{10} yoki 17_8	Quyidagi sonlardan qaysi biri katta: 131_{10} yoki 91_{16}
6.		Pozitsion sanoq sistemalari haqida tushuntiring	Sanoq sistemalarida arifmetik amallarni tushuntiring	Ikkilik sanoq sistemasidagi sonni 10 lik sanoq sistemasiga o'tkazing: $10111101_2 \rightarrow x_{10}$	Ikkilik sanoq sistemasidagi sonni 8 lik sanoq sistemasiga o'tkazing: $10111101_2 \rightarrow x_8$	Sakkizlik sanoq sistemasidagi sonni ikkilik sanoq sistemasiga o'tkazing: $70_8 \rightarrow x_2$
7.		Qavariq shakllarga ta'rif bering	Muntazam tetraedr qanday yasaladi?	Muntazam geksaedrning qirrasi 12 smga teng bo'lsa unga ichki chizilgan sharning hajmini toping	Muntazam tetraedrning qirrasi 5 ga teng bo'lsa unga ichki chizilgan sharning hajmini toping	Kubning tomoni a ga teng bo'lsa unga tashqi chizilgan sharning hajmini toping
8.	Muntazam ko'pyoqlar.	Muntazam oktaedrni qanday hosil qilamiz?	Muntazam ikosaedrni qanday hosil qilamiz?	Muntazam tetraedrning tamoni 5 ga teng bo'lsa uning hajmini toping	Muntazam oktaedrning qirrasi 6 ga teng bo'lsa uning to'la sirtini toping	Muntazam ikosaedrning tamoni 3 ga teng bo'lsa uning to'la sirtini toping
9.		Muntazam dodekaedrni qanday hosil qilamiz?	Muntazam geksaedr haqida ma'lumot bering	Dodekaedrning tamoni 9 ga teng bo'lsa uning hajmini toping	Muntazam tetraedrning tamoni 6 ga teng bo'lsa uning to'la sirtini toping	Muntazam oktaedrning qirrasi 5 ga teng bo'lsa uning hajmini toping
10.	Nostandart tenglamalar	Kub tenglamalar	Kordano formulalari	$x^3 - 4x^2 - 6x + 5 = 0$ Tenglamani ildizlarini toping	$2x^3 - 3x^2 - 4x - 35 = 0$ tenglama ildizlari ko'paytmasini toping	Tenglamani yeching $x^3 + 4x^2 + 7x + 6 = 0$ (ildizlari orasida kompleks ildizlari bor)

11.		Kubni ikkilantirish masalasi	Kompleks sonlar va ular ustida amallar	<i>Tenglamani yeching:</i> $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 = 0$	Tenglama ildizlarini toping: $2x^3 + 9x^2 + 3x - 4 = 0$	Tenglamaning ildizlari yig'indisini toping. $x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = 0$
12.		Kompleks sonlar ustida amallar	Kompleks sondan ildiz chiqarish	Tenglamani ildizlarini ikkilantirishdan hosil bo'lgan sonlarni toping. $x^3 - 6x^2 - 6x - 7 = 0$	Tenglama ildizlarini toping: $2x^3 + 3x^2 + 8x + 12 = 0$	$ix^3 - 3ix + 2 = 0$ tenglamani yeching
13.		Kvadratga ko'tarish	Neper tayoqchalari	534·11 ifodani Trantenberg usuli bo'yicha ko'paytiring	123·12 ifodani Trantenberg usuli bo'yicha ko'paytiring	256·6 ifodani Trantenberg usuli bo'yicha ko'paytiring
14.	Tez hisoblash.	Traxtenberg usuli bo'yicha ko'paytirish	Fibonachchi sonlari deb qanday sonlarga aytiladi?	246·5 ifodani Neper tayoqchalari bo'yicha ko'paytiring	238·2 ifodani Neper tayoqchalari bo'yicha ko'paytiring	547·3 ifodani Neper tayoqchalari bo'yicha ko'paytiring
15.		Ko'paytirishning ruscha usulini tushuntiring	Kub ildizni tez hisoblash	$\sqrt[3]{1728}$ ni hisoblang	$\sqrt{10}$ ni taqribiy hisoblang	36 * 27 ni ko'paytirishning Ruscha metodi orqali amalga oshiring
16.		To'rt rang muommosi	Pifogor teoremasining har xil isbotlari	13^7 sonni 7 ga bo'lgandagi qoldiqni toping	2222^{555} sonni 7 ga bo'lgandagi qoldiqni toping	9^{258} sonni 17 ga bo'lgandagi qoldiqni toping
17.	Turli masalalar.	Pifogor sonlari haqida ma'lumot bering	Fermaning buyuk teoremasi	a, b, c toq sonlar uchun $(a, b, c) = \left(\frac{a+b}{2}, \frac{a+c}{2}, \frac{b+c}{2} \right)$ tenglik o'rinli ekanligini isbotlang	$a = 899; b = 493$ uchun $d = (a, b)$ ni toping va uni $d = ax + by$ ko'rinishida yozing	Tenglamani yeching: $(x, 2, 3, 4) = \frac{73}{30}$
18.		Qiziqarli topologiya	Matematik sofizmlar	$\sqrt{2}$ ni zanjir kasr ko'rinishida yozning	$\sqrt{13}$ ni zanjir kasr ko'rinishida yozing	$\sqrt{7}$ ni zanjir kasr ko'rinishida yozing
19.	Shaklning go'zalligi.	Matematik naqshlar	Gippokrat oychalari	Agar $a+2$ va $35-b$ sonlar 11 ga bo'linsa, $a+b$ ni 11 ga bo'linishini isbotlang	3 ta ketma-ket natural sonlarning ko'paytmasi 6ga bo'linishini isbotlang.	Ixtiyoriy natural k son uchun $7 + 7^2 + \dots + 7^{4k}$ yig'indi 400 ga bo'linishini isbotlang.

20.		Shaklli sonlar haqida	Oltin kesim haqidagi masala	Ixtiyoriy n natural son uchun $3^{2^n} + 1$ sonini 4 ga bo'linmasligini isbotlang.	$1^{2017} + 2^{2017} + \dots + 16^{2017}$ natural son 17 ga bo'linishini isbotlang.	5 ta ketma-ket natural sonlarning ko'paytmasi 120 ga bo'linishini isbotlang.
21.		Kassini ovalari haqida ma'lumot bering	Bernulli lemnistikasi haqida ma'lumot bering	$a+1$ son 3 ga bo'linsa, $7a+4$ son ham 3 ga bo'linishini isbotlang.	Ixtiyoriy natural n uchun $27n+4$ va $18n+3$ sonlari o'zaro tub ekanligini isbotlang	$\frac{11n+3}{13n+4}$ kasr qisqaradigan va $(2;30]$ kesmaga tegishli natural n sonlarni toping
22.	Olimpiada masalalari.	Olimpiada masalalari tarixi haqida so'zlab bering	$3x+8y$ ifoda 17ga bo'linsa, u holda $35x+65y$ ni ham 17 ga bo'linishini isbotlang	a, b, c raqamlar va $\overline{abc7} + \overline{abc} = 2955$ bo'lsa, $a+b+c$ ni hisoblang	Agar n natural son 3 ga bo'linmasa, u holda n^2+2 ning 3 ga bo'linishini isbotlang	Isbotlang: $\cos x \cos 2x \cos 4x \dots \cos 2^n x = \frac{\sin 2^{n+1} x}{2^{n+1} \sin x}, n$
23.		Isbotlang: $4^n > n^2, n \in \mathbb{N}$	Barcha natural sonlarda $n^7 - n$ ifodani 7 ga bo'linishini matematik induksiya orqali isbotlang	$\frac{17}{18}$ ni 5 asosli sanoq sistemasida yozing	1954 sonini 3 ning darajalarining algebraik yig'indisi ko'rinishida ifodalang	Tenglamani yeching: $\left[\frac{x-3}{2} \right] = \left[\frac{x-2}{3} \right]$
24.		Tenglamani yeching: $[2x] + [5x] = 15$	Tenglamani yeching: $\left[\frac{3x+1}{2} \right] = -x$	Tenglamani yeching: $\left[\frac{2x+1}{3} \right] = [x]$	$(1, \bar{4})$ uzluksiz kasrlar bilan berilgan kvadrat irratsionalliklarni toping	$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ni zanjir kasr ko'rinishida yozing
25.	Nostandart masalalar haqida.	Ketma-ketlikda $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, a_4 = 4, \dots$ va $n \geq 6$ uchun $a_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_{n-1}$ shart o'rinli bo'lsa, u holda	Bir qatorda dastlabki 2018 ta son $a_1, a_2, \dots, a_{2018}$ Dastlab barcha toq sonlar o'chirildi. Qolgan juft sonlar yana bir qatorga yozilib,	Agar $ x < 1$ bo'lsa, u holda quyidagi yig'indini hisobang: $1 + 2 \cdot x + 3 \cdot x^2 + 4 \cdot x^3 + \dots$	Agar $a_i, i = 1, 2, \dots, n$ arifmetik progressiyaning hadlari bo'lsa, u holda quyidagini hisoblang: $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n}$	Yig'indini hisoblang: $\left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^4}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{3^{16}}\right) \left(1 + \frac{1}{3^{32}}\right)$

		$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{70}^2$ ekanini isbotlang	$10^4 \cdot a_2$ o'rinlarda turgan barcha sonlar o'chirildi. So'ng bu ish yana takrorlandi. Eng oxirida qanday son qoladi?			
26.		Shunday eng kichik natural sonni topingki, bunda u ham 4 ga va ham 6 ga bo'linsin. Uning barcha raqamlari yoki 4 yoki 6 bo'lsin hamda unda kamida 1 ta 4 raqami va kamida 1 ta 6 raqami ishtirok etsin	$\forall m \in N$ da $\frac{27m+7}{18m+5}$ kasr qisqarmas ekanligini isbotlang	Musbat a, b, c sonlari $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a + b + c$ shartni qanoatlantirsa, $ab + bc + ac \geq 3$ tengsizlikni isbotlang	Musbat a, b, c sonlari $a + b + c \geq abc$ shartni qanoatlantirsa, $a^2 + b^2 + c^2 \geq \sqrt{3}abc$ tengsizlikni isbotlang	Olti xonali $\overline{abcdef}$ va $\overline{fdebca}$ sonlarining ayirmasi 271 ga bo'linadi. $b = d$ va $c = e$ ekanligini isbotlang
27.		Aytaylik, A va B ikkita har xil raqamlar bo'lsin. Agar $\overline{AB} \cdot \overline{AAA} = \overline{ABA} \cdot \overline{AA1}$ munosabat o'rinli bo'lsa, bu raqamlarni toping	$k^5 + 3$ ning $k^2 + 1$ ga bo'linadigan k ning barcha qiymatlarini toping	Agar $m, n \in N$ sonlar $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 = m^3$ tenglikni qanoatlantirsa, u holda $n+1$ ekanligini isbotlang	Ushbu tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} [x] = 1, \\ [x^2] = 2, \\ [x^3] = 3, \\ [x^4] = 4. \end{cases}$	Tenglamani yeching: $[x + [x]] = 2001$
28.	Bo'linishga doir masalalar.	x ning shunday butun qiymatlarini topingki, bunda $y = \frac{3x^2 + x + 12}{x^2 + 5}$	$n-1$ ning 15 ga va 1001 ning $n+1$ ga bo'linishi ma'lum bo'lsa, n ni toping	n ning qanday qiymatlarida $n^2 + 3$ soni $n+3$ ga bo'linadi?	Ikki xonali son berilgan. Uning orqasiga shu sonni yana yozib hosil qilingan son, o'ng tomoniga 6 raqami yozib hosil qilingan sondan 4 baravar	Uch xonali abc son 37 ga bo'linadi. bca va cab uch xonali sonlar yig'indisi ham 37 ga bo'linishini isbotlang

		ham butun son bo'lsin			kata bo'ldi. Shu besh xonali sonni toping	
29.		Ikki xonali son 3 ga bo'linmaydi. Uning raqamlari kvadratlari yig'indisi 3 ga bo'linadimi?	Ikki xonali $\overline{bc}$ son qandaydir sonning kvadrati bo'lsin. $a = b + c$ tenglikni qanoatlantiradigan barcha 11 ga karrali to'rt xonali $\overline{abcd}$ sonlarni toping	Agar olti xonali N soni uchun $2N, 3N, 4N, 5N, 6N$ sonlari ham olti xonali sonlar bo'lsa, bu son 0 dan farqli turli raqamlardan tashkil topgan bo'lsa, u holda N ni toping	Bo'luvchilari sonidan 4 marta katta bo'lgan sonni toping	Agar N soni 12 ga bo'linsa va uning bo'luvchilari soni 14 ga teng bo'lsa, u holda N ni toping
30.		144 va 96 sonlarining EKUBi va EKUKining ko'paytmasining natural bo'luvchilari yig'indisining natural bo'luvchilari sonini toping	576 va 676 sonlarining EKUBi va EKUKining ko'paytmasining natural bo'luvchilari yig'indisining natural bo'luvchilari sonini toping	Bir podsholikning qamoqxonasida 1 dan 25 gacha sonlar bilan nomerlangan xonalar bo'lib, har birining eshigidagi kalitni o'ng tamonga bir marta buraganda, eshik, qulf bo'lsa ochilar, ochiq bo'lsa qulflar ekan. Podsho o'z tug'ilgan kuniga 25 kun qolganda qamoqxonadagi maxbuslardan bir qismini ozod qilmoqchi bo'lib, FARMONI OLIY chiqaribdi. FARMON Bugundan boshlab, har kuni qamoqxonadagi eshiklar kaliti quyidagi shartlar asosida bir marta buralsin. 1-kuni barcha eshiiklar kaliti 2-kuni 2-eshik va 2 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti 3-kuni 3-eshik va 3 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti	Bir podsholikning qamoqxonasida 1 dan 100 gacha sonlar bilan nomerlangan xonalar bo'lib, har birining eshigidagi kalitni o'ng tamonga bir marta buraganda, eshik, qulf bo'lsa ochilar, ochiq bo'lsa qulflar ekan. Podsho o'z tug'ilgan kuniga 100 kun qolganda qamoqxonadagi maxbuslardan bir qismini ozod qilmoqchi bo'lib, FARMONI OLIY chiqaribdi. FARMON Bugundan boshlab, har kuni qamoqxonadagi eshiklar kaliti quyidagi shartlar asosida bir marta buralsin. 1-kuni barcha eshiiklar kaliti	Bir podsholikning qamoqxonasida 1 dan 20 gacha sonlar bilan nomerlangan xonalar bo'lib, har birining eshigidagi kalitni o'ng tamonga bir marta buraganda, eshik, qulf bo'lsa ochilar, ochiq bo'lsa qulflar ekan. Podsho o'z tug'ilgan kuniga 20 kun qolganda qamoqxonadagi maxbuslardan bir qismini ozod qilmoqchi bo'lib, FARMONI OLIY chiqaribdi. FARMON Bugundan boshlab, har kuni qamoqxonadagi eshiklar kaliti quyidagi shartlar asosida bir marta buralsin. 1-kuni barcha eshiiklar kaliti 2-kuni 2-eshik va 2 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti 3-kuni 3-eshik va 3 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti 4-kuni 4-eshik va 4 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti

				4-kuni 4-eshik va 4 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti Va hokozo 25-kuni 25-eshik va 25 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti. Oxirgi buralishdan so'ng qaysi xona eshigi ochiq bo'lsa, shu xonadagi maxbuslar ozod qilinsin. Savol: Dastlabki holatda barcha eshiklar yopiq bo'lgan bo'lsa, u holda podsho farmoniga binoan nechta va qaysi xonalardagi maxbuslar ozod bo'lgan?	2-kuni 2-eshik va 2 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti 3-kuni 3-eshik va 3 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti 4-kuni 4-eshik va 4 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti Va hokozo 100-kuni 100-eshik va 100 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti. Oxirgi buralishdan so'ng qaysi xona eshigi ochiq bo'lsa, shu xonadagi maxbuslar ozod qilinsin. Savol: Dastlabki holatda barcha eshiklar yopiq bo'lgan bo'lsa, u holda podsho farmoniga binoan nechta va qaysi xonalardagi maxbuslar ozod bo'lgan?	Va hokozo 20-kuni 20-eshik va 20 ga karrali nomerli barcha eshiklar kaliti. Oxirgi buralishdan so'ng qaysi xona eshigi ochiq bo'lsa, shu xonadagi maxbuslar ozod qilinsin. Savol: Dastlabki holatda barcha eshiklar yopiq bo'lgan bo'lsa, u holda podsho farmoniga binoan nechta va qaysi xonalardagi maxbuslar ozod bo'lgan?
31.	Evklid algoritmi.	$(1, 2, 3, \bar{4})$ uzluksiz kasrlar bilan berilgan kvadrat irratsionalliklarni toping	Quyidagi tenglamalar sistemasini natural sonlarda yeching: $\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{11}{7}, \\ (x, y) = 45 \end{cases}$	Quyidagi tenglamalar sistemasini natural sonlarda yeching: $\begin{cases} x + y = 150, \\ (x, y) = 30 \end{cases}$	Quyidagi tenglamalar sistemasini natural sonlarda yeching: $\begin{cases} xy = 20, \\ [x, y] = 10 \end{cases}$	Quyidagi tenglamalar sistemasini natural sonlarda yeching: $\begin{cases} xy = 8400, \\ (x, y) = 20 \end{cases}$
32.		Tenglamani yeching: $6 \cdot [x] = 47 \cdot \{x\}$	Tenglamani yeching: $\{x\} \cdot [x] = 3$	$(1, \bar{2})$ uzluksiz kasrlar bilan berilgan kvadrat irratsionalliklarni toping	$(0, 1, 1, 1, \bar{2}, \bar{2}, \bar{2})$ uzluksiz kasrlar bilan berilgan kvadrat irratsionalliklarni toping	$(1, 2, 3, \bar{4})$ uzluksiz kasrlar bilan berilgan kvadrat irratsionalliklarni toping

33.		$(\overline{1,1,2,2})$ uzluksiz kasrlar bilan berilgan kvadrat irratsionalliklarn i toping	$(\overline{2,3})$ uzluksiz kasrlar bilan berilgan kvadrat irratsionalliklarn i toping	$(2,2,2,\dots,2)$ uzluksiz kasrni 2 ga bo'lishdan hosil bo'lgan bo'linmani toping	$\sqrt{12}$ ni zanjir kasr ko'rinishida yozing	$\sqrt{10}$ ni zanjir kasr ko'rinishida yozing
-----	--	---	--	---	---	---