

Samarqand davlat universitetning Kattaqo'rg'on filiali Aniq va tabiiy fanlar fakulteti bahorgi semestr Matematika ta'lim yo'nalishi: 3-kurs talabalariga «Haqiqiy o'zgaruvchili funksiyalar nazaryasi» fanidan yakuniy nazorat savollari

Imtihon shakli: yozma

№	Mavzu	1-QISM “NAZARIY SAVOLLAR 1” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning kirish va 1-reja qismidan asosan nazariy savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'ladi).	2-QISM “NAZARIY SAVOLLAR 2” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning 2- rejasidan asosan mulohazaviy savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'ladi).	3-QISM “AMALIY SAVOLLAR 1” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning asosan misol, masala kabi savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'lmaydi).	4-QISM “AMALIY SAVOLLAR 2” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning misol hamda masala kabi savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'lmaydi).	5-qism “AMALIY SAVOLLAR 3” deb nomalanadi va semestrda o'qitilishi rejalashtirilgan mavzularning misol masala savollardan iborat bo'ladi (tayanch iborasi bo'lmaydi).
1.	To'plamlar ustida amallar. Ikkilik munosabatlari. Chekli va cheksiz to'plamlar	To'plamlar ustida amallar	Ikkilik munosabatlari	$M = \{36; 29; 15; 68; 27\},$ $P = \{4; 15; 27; 47; 36; 90\},$ $Q = \{90; 4; 47\}$ to'plamlar berilgan. $M \cap P, M \cap Q, P \cap Q,$ $M \cap P \cap Q$ larni toping.	$A = \{3; 4; 5; 7; 10\},$ $B = \{3; 5; 7; 9\},$ $C = \{4; 9; 11\}$ bo'lsin. Quyidagi to'plamlarni toping. 1. $A \cup$ $(B \cup C);$ 2. $A \cap$ $(B \cup C);$	Quyidagi misollarda berilgan A va B to'plamlar uchun $A \cap$ $B, A \cup B, A \setminus B, A \Delta B,$ $A \cap B$ to'plamlarni toping va ularni tekislikda tasvirlang $A = \{(x, y): 0 \leq x \leq$ $1, 0 \leq y \leq x\};$ $B =$ $\{(x, y): 0 \leq x \leq$ $1, x \leq y \leq 1\}$

2.	To'plamlar sistemasi, to'plamlar halqasi, yarim halqa, σ -algebra	Chekli va cheksiz to'plamlar ta'riflari va ularga misollar	Sanoqli to'plam ta'rifi va unga misollar	$f: R \rightarrow Z, f(x) = 5x - 3$ akslantirishda $A = (-3; 1]$ to'plamning aksini, ya'ni $f(A)$ ni toping.	Quyidagi misollarda berilgan A va B to'plamlar uchun $A \cap B,$ $A \cup B, A \setminus B,$ to'plamlarni toping va ularni tekislikda tasvirlang. $A = \{x \in \mathbb{R}: \sin 4x = 0\},$ $B = \{x \in \mathbb{R}: \cos 2x = 0\};$	$[0, 1]$ kesmaning sanoqsiz ekanligini isbotlang.
3.		Ekvivalent to'plamlar	Haqiqiy sonlar to'plamining sanoqsizligi	$A = [-6, 1]$ va $B = [-3, 4]$ to'plamlar uchun $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, A \Delta B$ larni toping va son o'qida tasvirlang.	$\mathbb{Z}$ – butun sonlar to'plami sanoqli. Isbotlang.	$[0, 1]$ kesma va $(0, 1)$ intervalning ekvivalent ekanligini isbotlang.
4.		Kontinium quvvatli to'plamlar	Ekvivalentlik munosabati va unga misol	$[-1, 1]$ va $[a, b]$ kesmalar ekvivalent ekanligini ko'rsating.	A, B, C to'plamlar yig'indisi uchun quyida keltirilgan munosabatni isbotlang: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C).$	$\mathbb{R}$ va $(0, 1)$ ning ekvivalent ekanligini ko'rsating.
5.	To'plamlar sistemasi, to'plamlar halqasi, yarim halqa, σ -algebra	To'plamlar halqasi	To'plamlar yarim halqasi	Sonlar o'qidagi barcha $[a; b]$ yarim intervallar sistemasi yarim halqa bo'lishini ko'rsating.	Sonlar o'qidagi barcha $[a; b]$ yarim intervallar sistemasi halqa bo'lmasligini ko'rsating.	Quyidagi misollarda berilgan A va B to'plamlar uchun $A \cap B,$ $A \cup B, A \setminus B, A \Delta B,$ $A \cap B$ to'plamlarni toping va ularni tekislikda tasvirlang

						$A = \{(x, y): x \leq 4, y \leq 4\}, B = \{(x, y): x^2 + y^2 \leq 25\}$
6.		Yarim halqadan hosil qilingan halqa	σ -algebralar	$f: R \rightarrow Z, f(x) = 5[x] - 3$ akslantirishda $A = [-2, 2)$ to'plamning aksini, ya'ni $f(A)$ ni toping.	$\mathbb{R}$ ning qism to'plamlari sistemasi σ -algebra bo'lishini ko'rsating.	A, B va C to'plamlar uchun, ushbu tenglikni isbotlang: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C);$
7.		Tekislikdagi to'g'ri to'rtburchak ta'rifi va unga misol	Tekislikdagi to'g'ri to'rtburchaklar sistemasi yarim halqa tashkil qilishini ko'rsating	$P = \{1, 4 \leq x \leq 5\frac{3}{5}, 2,5 \leq y \leq 7,5\}$ to'g'ri to'rtburchakning o'lchovini toping.	$P = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ va $Q = \{0,3 \leq x \leq 0,8, 0 \leq y \leq 1\}$ to'g'ri to'rtburchaklar ayirmasini toping.	$A = \bigcup_{n=1}^5 \left(\frac{3}{n} - \frac{1}{9}, \frac{3}{n} + \frac{1}{9}\right)$ to'plamning Lebeg o'lchovi $\mu(A)$ ni toping.
8.	Tekislikdagi to'plam o'lchovi. Tashqi o'lchov, uning xossalari	Tekislikdagi to'g'ri to'rtburchakning o'lchovi ta'rifi	Elementar to'plam va uning o'lchovi ta'riflari	$P = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ va $Q = \{0,3 \leq x \leq 0,8, 0 \leq y \leq 1\}$ to'g'ri to'rtburchaklar birlashmasini o'lchovini toping	$A = \bigcup_{n=1}^5 [3^{2-n}, 2^{3-n})$ to'plam o'lchovini toping.	$A = \bigcap_{n=1}^4 \left[2 - 3n, \frac{1}{n+1}\right]$ to'plamning Lebeg o'lchovini toping.
9.		Elementar to'plam o'lchovining xossalari	Tashqi o'lchov ta'rifi va uning additivlik xossasi	$A = \bigcup_{n=1}^4 \left[\frac{3}{n+1}, 4 - \frac{1}{n}\right]$ to'plamning $\mu(A)$ Lebeg o'lchovini toping.	Hisoblang $\mu\{[1,3] \Delta ([2,5])\}$.	$A = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left[2n - \frac{1}{3^n}, 2n + \frac{1}{3^n}\right]$ to'plam Lebeg o'lchovini toping.
10.		Tashqi o'lchovning σ - additivlik xossasi	Tashqi o'lchovning uzluksizlik xossasi	Berilgan $A = \bigcap_{k=1}^4 \left[3 - \frac{1}{k}, 5 + \frac{1}{k}\right]$ to'plamning Lebeg o'lchovi $\mu(A)$ ni toping.	$P = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ va $Q = \{0,3 \leq x \leq 0,8, 0 \leq y \leq 1\}$ to'g'ri to'rtburchaklar birlashmasini toping	Berilgan $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{(n+2)!}, \frac{7}{n!}\right)$ to'plamning Lebeg o'lchovini toping.

11.		Sanoqli sondagi o'lvhovli to'plamlarning birlahsmasi va kesishmasi yana o'lvhovli to'plam bo'lishini ko'rsating	Tekislikdagi ixtiyoriy to'plamning o'lvhovli ta'rifi	Berilgan $A = \bigcup_{n=1}^4 \left[-5 + n, \frac{2}{n+1} \right]$ to'plamning $\mu(A)$ o'lvhovini toping.	Berilgan $A = \bigcup_{k=1}^5 \left[\frac{k-1}{k}, \frac{k+1}{k+2} \right]$ to'plamning Lebeg o'lvhovli $\mu(A)$ ni hisoblang.	Berilgan $A = \bigcup_{n=1}^4 \left[\frac{1}{2^n} - \frac{1}{4}, \frac{1}{2^n} + \frac{1}{4} \right]$ to'plamning Lebeg o'lvhovli $\mu(A)$ ni toping.
12.		Lebeg bo'yicha o'lvhovli to'plam ta'rifi va xossalari	Lebeg o'lvhovining additivlik va σ -additivlik xossalari	Agar $A = \left[-4\frac{1}{2}, 2\frac{2}{5} \right] \cup \left[6\frac{1}{3}, 9 \right]$ va $B = \left[-2, 8\frac{1}{4} \right]$ bo'lsa $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, A \Delta B$ to'plamlarning Lebeg o'lvhovini toping.	Agar $A = \bigcup_{n=1}^4 \left[1 - n, \frac{1}{n} \right]$ to'plamning $\mu(A)$ -Lebeg o'lvhovini toping.	$A = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2^n} - \frac{1}{20}, \frac{1}{2^n} + \frac{1}{20} \right]$ to'plamning $\mu(A)$ Lebeg o'lvhovini toping.
13.	O'lvhovli funksiyalar va ularning xossalari	O'lvhovli funksiya ta'rifi va unga misol	O'lvhovli funksiyalar ustida arifmetik amallar haqidagi teorema	Quyidagi funksiya ta'rifi yordamida o'lvhovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = [x], \quad x \in [0, 2).$	Quyidagi funksiya ta'rifi yordamida o'lvhovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = \sin x + 5, \quad x \in [0, \pi].$	$f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \in [-1, 0) \\ 2, & x = 0 \\ x - 1, & x \in (0, 1] \end{cases}$ funksiya $E = [-1, 1]$ to'plamda o'lvhovli ekanligini ta'rifi yordamida ko'rsating.
14.		O'lvhovli funksiyalarning xossalari	Agar $f \in E$ da o'lvhovli funksiya bo'lsa, u holda $E(f \geq c)$ to'plam o'lvhovli bo'lishini ko'rsating	Quyidagi funksiya ta'rifi yordamida o'lvhovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = x^2 - 5, \quad x \in [-2, 3].$	Quyidagi funksiya ta'rifi yordamida o'lvhovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = 2x + 3, \quad x \in [0, 3].$	$f(x) = \begin{cases} -3 - 2x^2, & x \in [-3, 1] \\ 2x + 5, & x \in (1, 3] \end{cases}$ funksiya o'lvhovlilikka tekshiring.

15.		Agar $f \in E$ da o'lchovli funksiya bo'lsa, u holda $E(f > c)$ to'plam o'lchovli bo'lishini ko'rsating	Agar $f \in E$ da o'lchovli funksiya bo'lsa, u holda $E(f \leq c)$ to'plam o'lchovli bo'lishini ko'rsating	Quyidagi funksiyaning ta'rif yordamida o'lchovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = 2^x - 1, \quad x \in [0, 2].$	Quyidagi funksiyaning ta'rif yordamida o'lchovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = \ln(x + 1), \quad x \in [0, 2].$	Funksiyaning o'lchovlilikka tekshiring: $f(x) = \begin{cases} x - 1, & x \in [-1, 0) \\ -x - 1, & x \in [0, 1] \end{cases}$
16.		O'lchovli funksiyalar ketma-ketligining tekis yaqinlashishi ta'rifi va unga misol	O'lchovli funksiyalar ketma-ketligining nuqtali yaqinlashishi ta'rifi va unga misol	$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} x^n, \quad E = [0; 1]$ funksiyalar ketma-ketligi nol funksiyaga nuqtali yaqinlashishini ko'rsating.	Quyidagi funksiyaning ta'rif yordamida o'lchovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = \cos x + 5, \quad x \in [-\pi, 0].$	Berilgan $f(x) = x^2 - 3, \quad x \in E = [-1, 3]$ funksiyaning o'lchovlilikka tekshiring.
17.		O'lchovli funksiyalar ketma-ketligining deyarli yaqinlashishi ta'rifi va unga misol	O'lchovli funksiyalar ketma-ketligining o'lchov bo'yicha yaqinlashishi ta'rifi va unga misol	Berilgan $f(x) = x^2 - 3x + 1, \quad x \in [-2, 2]$ funksiyaning o'lchovlilikka tekshiring.	$f_n(x) = x^n, \quad E = [0; 0,8]$ funksiyalar ketma-ketligi nol funksiyaga tekis yaqinlashadi. Isbotlang.	$f_n(x) = \cos^n x, \quad E = [0, 2\pi]$ funksiyalar ketma-ketligi nol funksiyaga deyarli yaqinlashadi. Isbotlang.
18.	Sodda funksiyalar uchun Lebeg integrali va uning xossalari	Sodda funksiya ta'rifi va unga misol	O'lchovlilik mezonini haqidagi teoremlarni isbotlang	Quyida berilgan $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ funksiyaning sodda ekanligini ko'rsatib, uning integralini hisoblang: $f(x) = [2x], \quad A = [0, 2].$	Quyidagi funksiyaning ko'rsatilgan to'plamda Lebeg bo'yicha integrallanuvchi ekanligini ta'rif yordamida ko'rsating: $f(x) = [2x], \quad E = [0, 4];$	Quyida berilgan $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ funksiyaning sodda ekanligini ko'rsatib, uning integralini hisoblang. $f(x) = n, \quad x \in A_n = \left(\frac{1}{3^n}, \frac{1}{3^{n-1}}\right], \quad n \in \mathbb{N}, \quad A = (0, 1].$

19.		Sodda funksiya uchun Lebeg integrali ta'rif va unga misol	Sodda funksiya uchun Lebeg integralining xossalari	Quyidagi funksiyaning ko'rsatilgan to'plamda Lebeg bo'yicha integrallanuvchi ekanligini ta'rif yordamida ko'rsating: $f(x) = 2[x] + 1,$ $E = [0,4];$	Quyidagi funksiyaning ko'rsatilgan to'plamda Lebeg bo'yicha integrallanuvchi ekanligini ta'rif yordamida ko'rsating: $f(x) = \{x\},$ $E = [0,4];$	Quyidagi funksiyaning ko'rsatilgan to'plamda Lebeg bo'yicha integrallanuvchi ekanligini ta'rif yordamida ko'rsating: $f(x) = 2x,$ $E = [0,1];$
20.		Sodda funksiya uchun Lebeg integralining additivlik xossasi	Sodda funksiya tushunchasi. Misollar.	Quyidagi funksiya ta'rif yordamida o'lchovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = [x], \quad x \in [0, 2).$	Quyidagi funksiya ta'rif yordamida o'lchovli ekanligini ko'rsating. $f(x) = \{x\}, \quad x \in [0, 2).$	Quyidagi funksiyaning ko'rsatilgan to'plamda Lebeg bo'yicha integrallanuvchi ekanligini ta'rif yordamida ko'rsating: $f(x) = x^2,$ $E = [0,1];$
21.		Dirixle funksiyasini $[0,2]$ kesmada Lebeg va Riman ma'nolarida integrallanuvchanlikka tekshiring.	Dirixle, Riman funksiyalari sodda funksiya bo'ladimi? Ularning $[0, 4]$ to'plam bo'yicha olingan Lebeg integralini hisoblang.	$A = [0; 2]$ to'plamda berilgan sodda $f(x) = 4 - \frac{1}{3}[x] + \operatorname{sign} x$ funksiyaning integralini hisoblang.	$f(x) = [x^2]$ funksiyaning $A = [0, 2]$ to'plam bo'yicha olingan Lebeg integralini hisoblang.	Berilgan sodda funksiyaning integralini hisoblang: $f(x) = n,$ $x \in A_n = \left(\frac{1}{5^n}, \frac{1}{5^{n-1}}\right],$ $n \in \mathbb{N}, A = (0,1].$
22.		Ixtiyoriy o'lchovli funksiyaning Lebeg integrali ta'rif va unga misol	Ixtiyoriy o'lchovli funksiya Lebeg integralining asosiy xossalari	Lebeg integrali ta'rif va xossalardan foydalanib hisoblang. $\int_{[0,2]} (3x^2 + 1)d\mu;$	Lebeg integrali ta'rif va xossalardan foydalanib hisoblang. $\int_{[0,2]} (1 + 2x)d\mu;$	Berilgan sodda funksiyaning integralini hisoblang: $f(x) = n,$ $x \in A_n = \left(\frac{1}{4^n}, \frac{1}{4^{n-1}}\right],$ $n \in \mathbb{N}, A = (0,1].$

23.		Lebeg integralining σ - additivlik xossasi	Lebeg integralining absolyut uzluksizlik xossasi	Lebeg integrali ta'rifi va xossalaridan foydalanib hisoblang. $\int_{[0,1]} (2^x + 2) d\mu;$	Lebeg integrali ta'rifi va xossalaridan foydalanib hisoblang. $\int_{[0,1]} (\ln 3 + e^x) d\mu;$	Quyidagi Lebeg integralini hisoblang. $\int_{(0,1]} \text{sign}\left(\sin \frac{\pi}{x}\right) d\mu.$
24.	Lebeg integrali ostida limitga o'tish. Lebeg, Levi va Fatu teoremlari	Lebeg integralining additivlik xossasi	Lebeg teoremasi	Quyida berilgan $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ funksiyani sodda ekanligini ko'rsatib, uning integralini hisoblang. $f(x) = [x] + \text{sign } x, \quad A = [-1, 2].$	Quyidagi limitni integral belgisi ostida limitga o'tish haqidagi teoremlardan foydalanib yeching. $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0,\pi]} e^{-\cos^n x} d\mu$	Quyidagi limitni integral belgisi ostida limitga o'tish haqidagi teoremlardan foydalanib yeching. $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0,1]} e^{-nx^2} d\mu;$
25.		Levi teoremasi	Fatu teoremasi	Integral belgisi ostida limitga o'tish haqidagi teoremlardan foydalanib quyidagi limitlarni hisoblang. $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{\mathbb{R}} \frac{n}{(1+x^4)} \cdot \sin \frac{ x }{n} d\mu.$	Quyidagi $\{g_n\}$ ketma-ketlik integral belgisi ostida limitga o'tish haqidagi Levi teoremasi shartlarini qanoatlantiradimi? $g_n(x) = \frac{nx^{\frac{3}{2}}}{nx^2 + 1}, \quad x \in [0, 1].$	Quyidagi limitni integral belgisi ostida limitga o'tish haqidagi teoremlardan foydalanib yeching. $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_{[0,1]} e^{-\frac{x^2}{n}} d\mu;$
26.	Cheksiz o'lchovli to'plam bo'yicha olingan Lebeg integrali, Lebeg va	Cheksiz o'lchovli to'plam bo'yicha olingan Lebeg integrali	Lebeg va Riman integrallarini taqqoslash	Quyida berilgan $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ funksiyaning integralini ta'rif	Quyida berilgan $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ funksiyaning integralini ta'rif	Quyida berilgan $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ funksiyaning integralini ta'rif

	Riman integrallarini taqqoslash			yordamida hisoblang. Javobingizni Riman va Lebeg integrallarini taqqoslash haqidagi teoremadan foydalanib tekshiring. $f(x) = 2x + 1, \quad x \in [0, 3].$	yordamida hisoblang. Javobingizni Riman va Lebeg integrallarini taqqoslash haqidagi teoremadan foydalanib tekshiring. $f(x) = 6x - 3, \quad x \in [-1, 2].$	yordamida hisoblang. Javobingizni Riman va Lebeg integrallarini taqqoslash haqidagi teoremadan foydalanib tekshiring. $f(x) = 3x^2 - 2x, \quad x \in [-1, 1].$
27.	Monoton funksiyalar va ularning xossalari. Monoton funktsiyani sakrash va uzluksiz funksiyalar yig'indisi ko'rinishida tasvirlash	Monoton funksiyalar ta'riflari va ularga misollar	Monoton funksiyalarning xossalari	$f(x) = 2x + 1$ funktsiyani $[0, 3]$ kesmada o'suvchiligini ta'rif yordamida ko'rsating	$f(x) = x^2$ funktsiyani $[-3, 0]$ kesmada kamayuvchiligini ta'rif yordamida ko'rsating	$f(x) = x^3$ funktsiyani $[-3, 0]$ kesmada o'suvchiligini ta'rif yordamida ko'rsating
28.	O'zgarishi chegaralangan funksiyalar. Ularning xossalari	O'zgarishi chegaralangan funktsiya ta'rif va unga misol	O'zgarishi chegaralangan funksiyalarning xossalari	$f(x) = 1 + \operatorname{sign} x$ funktsiyaning $[-2, 3]$ kesmadagi to'la o'zgarishini toping.	$f(x) = [2x]$ funktsiyaning $[-2, 3]$ kesmadagi to'la o'zgarishini toping.	$f(x) = \sin x$ funktsiyaning $[-\pi, \pi]$ kesmadagi to'la o'zgarishini toping.
29.		Funktsiyaning to'la o'zgarishi ta'rif va unga misol	Ixtiyoriy $c \in (a; b)$ uchun $V_a^b[f] = V_a^c[f] + V_c^b[f]$ tenglik o'rinli bo'lishini isbotlang	$f(x) = \cos x$ funktsiyaning $[0, 2\pi]$ kesmadagi to'la o'zgarishini toping.	$f(x) = 1 + x^2$ funktsiyaning $[-1, 2]$ kesmadagi to'la o'zgarishini toping.	$f(x) = \arctg x$ funktsiyaning $[-1, 1]$ kesmadagi to'la o'zgarishini toping.
30.	Absolyut uzluksiz funksiyalar. Lebeg teoremasi	Absolyut uzluksiz funktsiya ta'rif va unga misol	Absolyut uzluksiz funksiyalarning xossalari	$f(x) = x$ funktsiya $[-2, 2]$ kesmada absolyut uzluksizmi?.	$f(x) = e^{x^2}$ funktsiya $[-2, 2]$ kesmada absolyut uzluksizmi?.	$f(x) = 2x - \{2\}$ funktsiyani uzluksiz monoton funktsiya va sakrash funksiyalarining yig'indisi shaklida yozing.