Kattaqo‘rg‘on davlat pedagogika instituti Aniq va tabiiy fakulteti
2-bosqich Matematika yo‘nalishi talabalariga 3-semestr uchun
« Differensial geometriya va topologiya » fanidan yakuniy nazorat savollari
Imtihon shakli: yozma-og‘zaki

TASDIQLAYMAN
O‘quv-uslubiy boshqarma boshlig‘i
_____ I.Madatov
2025-yil 14-oktabr

№	**1-QISM** “NAZARIY SAVOLLAR 1” deb nomalanadi va semestrda o‘qitilishi rejalashtirilgan mavzularning kirish va 1-reja qismidan asosan nazariy savollardan iborat bo’ladi (tayanch iborasi bo’ladi).	**2-QISM** “NAZARIY SAVOLLAR 2” deb nomalanadi va semestrda o‘qitilishi rejalashtirilgan mavzularning 2-rejasidan asosan mulohazaviy savollardan iborat bo’ladi (tayanch iborasi bo’ladi).	**3-QISM** “AMALIY SAVOLLAR 1” deb nomalanadi va semestrda o‘qitilishi rejalashtirilgan mavzularning asosan misol, masala kabi savollardan iborat bo’ladi (tayanch iborasi bo’lmaydi).	**4-QISM** “AMALIY SAVOLLAR 2” deb nomalanadi va semestrda o‘qitilishi rejalashtirilgan mavzularning misol hamda masala kabi savollardan iborat bo’ladi (tayanch iborasi bo’lmaydi).	**5-qism** “AMALIY SAVOLLAR 3” deb nomalanadi va semestrda o‘qitilishi rejalashtirilgan mavzularning misol masala savollardan iborat bo’ladi (tayanch iborasi bo’lmaydi).
1	Metrik fazoning ta'rifi va asosiy misollar.	Koshi-Bunyakovskiy tengsizligi.	$\rho(x,y) = \lvert cos\, x - cosy \rvert, x,y \in \mathbb{R}$ metrika bo‘ladimi? Metrikaning qaysi sharti bajarilmaydi.	$X = \mathbb{R}^1. \rho(x,y) = \lvert sinx - siny \rvert$ metrika bo’ladimi?. Qaysi metrika sharti bajarilmaydi.	$X = R^2,\ \rho(x,y) = \lvert x_1 - y_1 \rvert + \lvert x_2 - y_2 \rvert^2$ akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.

	Metrik fazolarda yopiq to'plamlar va misollar.	To'plamning yopig'i. Xossalari.	$X = \mathbb{R}^1$. $\rho(x,y) = (x-y)^2$ metrika bo'ladimi? Qaysi metrik shart bajarilmaydi.	$X = R^3, \rho(x,y) = \lvert x_1 - y_1\rvert + \lvert x_2 - y_2\rvert$ metrika bo'ladimi?	$X = R^2$, $\rho(x,y) = \lvert x_1 - y_2\rvert + \lvert y_1 - x_2\rvert$ akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.
2	Topologik fazo tushunchasi	Topologik fazoga oid misollar	$\rho_1(f,g) = \int_a^b \lvert f(x) - g(x)\rvert dx$, $X = C[a,b]$. Bu akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.	Berilgan (X,d) metrik fazo uchun quyidagi tengsizliklarni isbotlang: $\lvert d(x,z) - d(z,y)\rvert \le d(x,y)$ bu yerda $x,y,z \in (X,d)$;	Berilgan (X,d) metrik fazo uchun quyidagi tengsizliklarni isbotlang: $\lvert d(x,Z) - d(Z,y)\rvert \le d(x,y)$, bu yerda $Z \subset (X,d)$.
	Xausdorf fazosi tushunchasi	Bog'lanishli to'plamlar va ularning xossalari.	Biror bo'sh bo'lmagan X - to'plam va bu to'plamda quyidagicha funksiya $d(x,y) = \begin{cases} 0, & \text{agar } x = y \\ 1, & \text{agar } x \ne y \end{cases}$ berilgan bo'lsin. Berilgan $d(x,y)$ -	Berilgan (X,d) metrik fazo uchun quyidagi tengsizliklarni isbotlang: $d(x,Z) \le d(x,y) + d(Z,y)$, bu yerda $Z \subset (X,d)$;	Bizga $[0;1]$ kesmada uzluksiz funksiyalar to'plami $C_{[0,1]}$ va $d_4(f,g) = \int_0^1 \lvert f(t) - g(t)\rvert dt$ funksiya berilgan bo'lsin. Bu $d_4(f,g)$ - funksiya metrika ekanligi ko'rsatilsin.

			funksiya metrika ekanligi isbotlansin. Bu metrika diskret metrika, fazo esa, diskret fazo deyiladi.		
3	Topologik fazo aksiomalari	Topologik fazolarda kompakt to'plamlar	$C[0;1]$, $\rho(x,y) = \max\limits_{0\le t\le 1}\lvert x(t)-y(t)\rvert$ metrik fazoda $x_n(t) = t^n - t^{n+1}$ funksional ketma-ketlik $\theta(t)\equiv 0$ (aynan nol) funksiyaga yaqinlashuvchi bo'ladimi?	$X = \mathbb{R}^1$. $\rho(x,y) = (x-y)^2$ metrika bo'ladimi? Qaysi metrik shart bajarilmaydi.	$C[0;1]$, $\rho(x,y) = \max\limits_{0\le t\le 1}\lvert x(t)-y(t)\rvert$ metrik fazoda $z_n(t) = t^n - 2t^{n+1} + t^{n+2}$ funksional ketma-ketlik $\theta(t)\equiv 0$ (aynan nol) funksiyaga yaqinlashuvchi bo'ladimi?
			$C[0;1]$, $\rho(x,y) = \max\limits_{0\le t\le 1}\lvert x(t)-y(t)\rvert$ metrik fazoda $x_n(t) = t^n - t^{2n}$ funksional ketma-ketlik $\theta(t)\equiv 0$ (aynan nol) funksiyaga	Berilgan fazoda quyidagi elementlar chiziqli bog'lilanganmi? $\mathbb{R}^3$: $\bar{a} = (1,-2,4)$, $\bar{b} = (-1,2,3)$, $\bar{c} = (1,1,0)$.	$X = C[0,\pi], \rho(x,y) = \max\limits_{0\le t\le \pi}\lvert x(t)-y(t)\rvert$. Berilgan akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.

			yaqinlashuvchi bo'ladimi?		
	Topologik fazo bazasi	Topologik fazo bazasi va ularning xossalari.	$X = R^2,\ \rho(x,y) = \lvert x_1 - y_1\rvert + 2\lvert x_2 - y_2\rvert^2$ akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.	$X = \ell_2,\ \rho(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty}\lvert x_n - y_n\rvert^2$ akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.	$X = R^n,\ \rho(x,y) = \sum_{k=1}^{n}\lvert x_k - y_k\rvert^2$ akslantirishni metrika shartlariga tekshiring.
4	Vektor funksiya tushunchasi (vektor funksiya limiti, uzluksizligi va xossalari)	Vektor funksiya integrali (integrallash qoidalari)	$(\vec{r}^{\,2})'$ vektor funksiyaning hosilasini toping.	$\vec{r} = \frac{t^4}{4}i + \frac{t}{3}j + \frac{t^2}{2}k$ vektor funksiya hosilasini toping.	Quyidagi bir o'zgaruvchili vektor funksiyaning hosilasini toping: $(\vec{r}', \vec{r}'', \vec{r}''')' = ?$
			Quyidagi bir o'zgaruvchili vektor funksiyaning hosilasini toping: $\left(\sqrt{\vec{r}}\right)' = ?$	Quyidagi bir o'zgaruvchili vektor funksiyaning hosilasini toping: $[\vec{r}', \vec{r}'']' = ?$	Quyidagi bir o'zgaruvchili vektor funksiyaning hosilasini toping: $(\vec{r}', \vec{r}'', \vec{r}''')' = ?$
	Vektor funksiyani differensiallash tushunchasi	Vektor funksiyani differensiallash qoidalari va ularga oid misollar	$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ vektor funksiya-ning t_0 nuqtadagi hosilasini toping	$[r \times r']$ vektor ko'paytmaning hosilasini toping	R^3 dagi $\vec{r}(t)$ vektor funksiyani $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ ortlar bo'yicha yoyilmasini ko'rsating
			Ushbu $\overrightarrow{r(t)} = \left(\frac{1}{1+t^2}, 2t, cos3t\right), t\epsilon$[vector funksiya integrali topilsin.	*Ushbu* $\overrightarrow{r(t)} =$ $(\text{cost}, \text{sint}, \text{t}),\ \text{t} \in [0, \pi]$ vektor funksiya integrali topilsin.	Ushbu $r(t) = (e^t, cost,\ sint), t\epsilon[0; \frac{\pi}{2}]$

5	Egri chiziqning oshkor va oshkormas ko’rinishdagi tenglamalari	Egri chiziqning parametrik tenglamalari	Quyida berilgan qutb koordinatalari bilan qanday chiziq berilgan: $r=\frac{b}{\sin\varphi}$	Quyidagi chiziqni yasang va oshkor tenglamasini tuzing: $x=t^2-t+1,$ $y=t^2+t+1$	Qanday chiziqning parametrik tenglamalari $x=a\sin^2 t$, $y=b\cos^2 t$ ko’rinishda bo’ladi?
			Quyida berilgan qutb koordinatalari bilan qanday chiziq berilgan: $r=b\sin\varphi$	Quyidagi chiziqni yasang va oshkor tenglamasini tuzing: $x=t^2-2t+3,$ $y=t^2-2t+1$	Giperbola $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ tenglamasining parametrik tenglamasi yozilsin
	Tekis chiziqning urinmasi ta’rifini keltiring (limit, urinma, tekis chiziq)	Normal tekislik ta’rifini keltiring va tushuntiring (urinma tenglamasi, normal tekislik)	Ixtiyoriy nuqtada $y=x^5+2x^3+x-1$ tenglama bilan berilgan chiziqqa o’tkazilgan urinmaning Ox o’qining musbat yo’nalishi bilan hosil qilgan burchagi $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ oraliqda bo’lishini ko’rsating	Tekislikda $y=x^2+4x+3$ funksiyaning grafigidan iborat chiziq berilgan bo’lsin. Chiziqning absissasi $x=-1$ ga teng bo’lgan M nuqtadagi urinma va normali tenglamasi tuzilsin	Parabola $y=x^2-6x+15$ funksiyaning grafigidan iborat bo’lsa, uning qaysi nuqtalaridagi urinmalari $x-2y+18=0$ to’g’ri chiziqqa perpendikulyar bo’ladi?
			Ushbu $y=x^2+bx+c$ parabola absissasi $x=2$ bo’lgan	Quyidagi chiziqning ko'rsatilgan nuqtadagi urinma	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning ko‘rsatilgan nuqtalarda urinma va normallarini

			nuqtada $y=3x-5$ to'g'ri chiziqqa urinishi ma'lum bo'lsa, b va c o'zgarmas sonlarni toping	va normal tenglamalari tuzilsin: $x = sect,$ $y = tgt, z = at,$ $t = \frac{\pi}{4}.$	toping: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, ixtiyoriy nuqtasida;
6	Tekis chiziqning oddiy nuqtalari va maxsus nuqtalari orasidagi farqni tushuntiring (oddiy nuqta, maxsus nuqta)	Parametrik tenglamasi bilan berilgan egri chiziqning asimptotasi ta'rifini keltiring (asimptota, egri chiziiq)	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning maxsus nuqtalarini toping va turini aniqlang: $x^2y^2=x^2+y^2$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning maxsus nuqtalarini toping: $y^2=x^3+x^2$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning maxsus nuqtalarini toping: $y^2(x^2-9)=x^4$
	Maxsus nuqta tiplarini ajrating va grafikda maxsus nuqta tiplarini ajratib bering (maxsus nuqta, maxsus nuqta tiplari)	Asimptotani turlarini keltiring va ular qanday aniqlanishini tushuntiring (asimptota, asimptota turlari)	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning maxsus nuqtalarini toping: $x=a(t-\sin t);$ $y=a(1-\cos t).$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning maxsus nuqtalarini toping: $y^2=x^3-x^2$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning maxsus nuqtalarini toping: $y^2=x(x-3)^2$
			Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning asimptotalarini toping: $y=\frac{x^3+1}{x}$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning asimptotalarini toping: $x=\frac{t^2}{t-1},\ y=\frac{t}{t^2-1}$	$x^3-y^3+x^2+y^2=0$ chiziqning asimtotalari topilsin.

			Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning asimptotalarini toping: $y=\frac{3}{x-4}$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning asimptotalarini toping: $x=t,\ y=\frac{t^2}{t-1}$	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqning asimptotalarini toping: $x=\frac{3at}{t^3+1},\ y=\frac{3at^2}{t^3+1}$
	Egri chiziqning normal tekisligini ta'riflang (egri chiziqning normali tenglamasi, egri chiziq turli tenglamalari bilan berilganda uning normal tenglamalari)	Fazoviy chiziq berilganda uning urinmasi ta'rifini keltiring va tekislikdagi chiziqning urinmasi bilan qanday farq qilishini tushuntiring (egri chiziqning urinma tenglamasi, egri chiziq turli tenglamalari bilan berilganda uning urinma tenglamalari)	Berilgan $x=t,\ y=t^2,\ z=t^3$ vint chizig'ining $t=1$ nuqtasidagi normal tekisligi tenglamasini tuzing	$r=\frac{t^4}{4}i+\frac{t}{3}j+\frac{t^2}{2}k$ chiziqning $t=1$ qiymatga mos nuqtasidagi urinma va normal tekislikning tenglamalari yozilsin.	Parametrik ko'rinishda $x=a\sin^2 t,$ $y=a\sin t\cos t,$ $z=a\cos t$ berilgan chiziqning ixtiyoriy nuqtadagi normal tekisligi tenglamasini tuzing

	Fazoviy chiziqning urinma tenglamasini keltiring	Egri chiziqning normali deb nimaga aytiladi? (egri chiziqning normali tenglamasi, egri chiziq turli tenglamalari bilan berilganda uning normal tenglamalari)	Quyidagi tenglama bilan berilgan chiziqlarning ko'rsatilgan nuqtada urinmasi va normali mavjudmi? Agar mavjud bo'lsa, uning tenglamasini tuzing: $x=t^2+1,\ y=t^4-t^5,\ t=0$ nuqtada	$x=e^t\quad y=e^{-t}\quad z=t^2$ chiziqning $t=1$ nuqtadagi urinma tenglamasini toping.	Chiziq ushbu tenglamalar bilan berilgan $x=\frac{a}{2}\left(t+\frac{1}{t}\right),$ $y=\frac{b}{2}\left(t-\frac{1}{t}\right)$ bilan berilgan. Bu chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi urinma va normallarining tenglamalarini yozing
	Chiziqning yopishma tekisligini tushuntiring (yopishma tekislik, limit)	Yopishma tekislik ega bo'lishi haqidagi teoremani keltiring (yopishma tekislik, limit)	Ushbu $x=t,\ y=t^2,\ z=e^t$ chiziqning $t=0$ nuqtadagi binormali tenglamasini tuzing	Berilgan $x=acht,\ y=asht,\ z=ct$ chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi urinmasi va normal tekisligini tuzing	Berilgan $x=a\cos t, y=b\sin t, z=e^t$ chiziqning $t=0$ nuqtadagi yopishma tekisligi tenglamasi tuzilsin.
	Oshkor ko'rinishda berilgan chiziqning yopishma tekisligi tenglamasini keltiring (yopishma tekislik, oshkor funksiya)	Yopishma tekislik teglamasini keltirib chiqaring (yopishma tekislik, limit)	Ushbu $x=\frac{2}{t},\ y=\ln t,\ z=-t^2$ chiziqning qaysi nuqtadagi binormali $x-y+8z+2=0$ tekislikka parallel bo'ladi?	Ushbu $x=t,\ y=t^2,\ z=t^3$ chiziqning $t=1$ nuqtadagi binormali tenglamasini tuzing	Ushbu $x=a(t-\sin t),$ $y=a(1-\cos t),$ $z=4a\cos\frac{t}{2}$ chiziqning $t=0$ nuqtasidagi urinmasi, bosh normali va binormali bo'ylab yo'nalgaan birlik vektorlari topilsin

	Tekis chiziqning evolyutasi ta’rifini keltiring (evolyuta, egrilik radiusi)	Tekis chiziqning evolyutasi tenglamasini keltiring va misollarda tushuntiring (evolyuta, egrilik radiusi)	$y^2 = 2px$ orqali aniqlangan chiziqning evolyutasini aniqlang	$\overline{r(t)} = a\cos t\bar{i} + b\sin t\bar{j}$ orqali aniqlangan chiziqning evolyutasini aniqlang	$x = a\cos t + at\sin t,$ $y = a\sin t + at\cos t$ orqali aniqlangan chiziqning evolyutasini aniqlang
	Tekis chiziqning evolventasi ta’rifini keltiring (evolventa, egrilik radiusi)	Tekis chiziqning evolventasi tenglamasini keltiring va misollarda tushuntiring (evolyuta, egrilik radiusi)	$y = a\ln\cos\frac{x}{a}$ orqali aniqlangan chiziqning evolyutasini aniqlang	$y = \ln x$ orqali aniqlangan chiziqning evolyutasini aniqlang	$y = e^x$ orqali aniqlangan chiziqning evolyutasini aniqlang
)	Yoy uzunligi ta’rifini keltiring va tushuntiring (limit, yoy uzunligi)	Parametrik ko’rinishda berilgan chiziqning biror oraliqdagi yoy uzunligiga misollar keltiring va tushuntiring (yoy uzunligi, vector funksiya)	Ushbu $x = acht,\ y = acht,\ z = at$ chiziq parametrning $t = 0$ va $t = t_0$ qiymatlariga mos keluvchi nuqtalari orasidagi yoy uzunligini toping	$y^2 = 2px$ chiziqning tenglamasini s parametr bilan ifodalang	Ko’rsatilgan oralikda ushbu chizik yoy uzinligini xisoblang $x = cost,\ y = sint,\ t \in [0;\pi]$

	Vektor funksiya orqali berilgan chiziqning biror oraliqdagi yoy uzunligi qanday bo'ladi? (vector funksiya, yoy uzunligi)	Oshkor ko'rinishda berilgan funksiyaning yoy uzunlik formulasi va unga oid misollar keltiring (yoy uzunligi, vector funksiya)	Ushbu $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t),\ z = 4a\cos\frac{t}{2}$ chiziqning $(0;0;4a)$ va $(2\pi a;0;-4a)$ nuqtalari orasidagi yoyi uzunligi topilsin	$y^2 = 2x$ chiziqning $M_0(2;2)$ va $M_1(8;4)$ nuqtalari orasidagi yoy uzunligini toping	$x = 3cht,\ y = 3sht,\ z = 3t$, $t \in [0, \ln 2]$ chiziqning uzunligini toping.
	Egri chiziq egriligi ta'rifini keltiring	γ egri chiziq $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ tenglamasi bilan berilgan bo'lsa, egrilikni hisoblash formulasini keltirib chiqaring	Quyidagi tenglamalar bilan berilgan chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi egrilliklari topilsin: $x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)$	Quyidagi tenglamalar bilan berilgan chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi egrilliklari topilsin: $x = acht,\ y = bsht$	Quyidagi tenglamalar bilan berilgan chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi egrilliklari topilsin: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
	Egri chiziq egriligi va uni hisoblash	Egri chiziq egriligiga oid misollar keltiring	Quyidagi tenglamalar bilan berilgan chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi egrilliklari topilsin: $x = a\cos^3 t,\ y = a\sin^3 t;$	Quyidagi tenglamalar bilan berilgan chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi egrilliklari topilsin: $x = a\cos t,\ y = a\sin t,\ z = bt$	Quyidagi tenglamalar bilan berilgan chiziqning ixtiyoriy nuqtasidagi egrilliklari topilsin: $x = e^t,\ y = e^{-t},\ z = \sqrt{2}t$
2	Egri chiziq buralishi ta'rifini keltiring.	Egri chiziq buralishiga oid misollar keltiring.	Quyidagi egri chiziqning buralishini toping: $x = a\cos t,\ y = a\sin t,\ z = bt$	Quyidagi egri chiziqning buralishini toping: $x = 3t - t^3,\ y = 3t^2,\ z = 3t + t^3$	Quyidagi egri chiziqning buralishini toping: $x = \cos^3 t,\ y = \sin^3 t,\ z = \cos 2t$

	Egri chiziq buralishi va uni hisoblash.	γ egri chiziq $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ tenglamasi bilan berilgan bo'lsa, buralishni hisoblash formulasini keltirib chiqaring	Quyidagi egri chiziqning buralishini toping: $x = 3t - t^3,\ y = 3t^2,\ z = 3t + t^3$	Quyidagi egri chiziqning buralishini toping: $x = 2t,\ y = \ln t,\ z = t^2$	a va b ning qanday qiymatlarida $x = a\mathrm{ch}t,\ y = a\mathrm{sh}t,\ z = bt$ chiziqning egriligi va buralishi barcha nuqtalarda teng bo'ladi?